ПРИЛОЖЕНИЕ 2

Примеры и задачи по расчету показателей надежности систем с помощью приближенной методики

Пример П2.1

В однородной системе из 20 элементов с интенсивностью отказов $\lambda = 5*10^{-5}$ ч$^{-1}$ создается комплект ЗИП из одной или двух запасных частей с периодическим пополнением запасов.

Среднее время замены запасной части $\overline{T}_з = 1$ час. Допустимое время замены $t_д$ требуется установить, исходя из эффективности восстановления с помощью ЗИП. Найти вероятность безотказной работы системы, оценить влияние резерва времени на показатели надежности при различных периодах пополнения.

Решение

Расчет проводим по формуле (2.8) при $M = 1$. При $L = 1$ и 2 формула приобретает вид:

$$P(t, t_д, 1) = \exp(-(A - k\rho\beta)e^{-\beta})e^{-A}(1 + A), A = k\lambda T, \rho = \lambda\overline{T}_з, \beta = t_д / \overline{T}_з,$$

$$P(t, t_д, 2) = \exp(-(A - k\rho\beta)e^{-\beta})e^{-A}(1 + A + A^2 / 2).$$

Результаты расчетов приведены в табл. П2.1–П2.3.

Таблица П2.1. $k\rho = 0{,}001$, $P_д(0{,}5;1) = 0{,}9098$, $P_д(0{,}5;2) = 0{,}9856$, $P_д(1;1) = 0{,}7358$, $P_д(1;2) = 0{,}9197$

β	$P(t,t_д,\infty)$		$P(t,t_д,L)$				δ	
	$L = 1$	$L = 2$	$L = 1$		$L = 2$		$L = 1$	$L = 2$
			$A = 0{,}5$	$A = 1$	$A = 0{,}5$	$A = 1$	$A = 1$	$A = 1$
0,5	0,7386	0,5454	0,6720	0,4013	0,7280	0,5016	0,091	0,242
1	0,8323	0,6925	0,7572	0,5095	0,8203	0,6369	0,385	0,487
2	0,9348	0,8737	0,8505	0,6428	0,9214	0,8035	0,747	0,789
3	0,9756	0,9516	0,8876	0,7001	0,9615	0,8752	0,903	0,919
6	0,9988	0,9975	0,9087	0,7339	0,9844	0,9174	0,995	0,996

$\delta = (P(t,t_д,L) - P(t, L = 0)) / \delta = (P_д(A; L) - P_д(A, L = 0))$.

Таблица П2.2

A	$P_д(A;1)$	$P(t,t_д,1)$				
		β = 0,5	β = 1	β = 2	β = 4	β = 6
0,5	0,9098	0,6720	0,7572	0,8505	0,9016	0,9087
1	0,7358	0,4013	0,5095	0,6428	0,7225	0,7339
1,5	0,5578	0,2247	0,3214	0,4555	0,5427	0,5558
2	0,4060	0,1207	0,1946	0,3098	0,3914	0,4040
3	0,1991	0,0323	0,0661	0,1327	0,1885	0,1977

Таблица П2.3

A	$P_д(A;2)$	$P(t,t_д,2)$				
		β = 0,5	β = 1	β = 2	β = 4	β = 6
0,5	0,9856	0,7280	0,8203	0,9214	0,9767	0,9844
1	0,9197	0,5016	0,6369	0,8035	0,9031	0,9174
1,5	0,8088	0,3257	0,4660	0,6604	0,7870	0,8059
2	0,6767	0,2012	0,3243	0,5164	0,6524	0,6733
3	0,4232	0,0686	0,1404	0,2821	0,4006	0,4201

Из таблиц следует, что эффективность комплекта ЗИП существенно зависит от соотношения времени замены и резервного времени. При β = 0,5 эффективность снижается до 9–24 %. Чтобы время замены практически не влияло на вероятность безотказной работы, надо иметь значение β не менее 6, т. е. резервное время не менее 6 час. При β = 1 и $L = 2$ ВБР оказывается даже меньше, чем при $L = 1$ и β = 2. Это значит, что введение второй ЗЧ теряет смысл без увеличения резерва времени или снижения среднего времени замены. Введение второй ЗЧ имеет смысл только при β ≥ 2.

Пример П2.2

Резервированная система содержит три группы элементов и имеет структуру с параметрами: $k_1 = 2r_1 = 10$, $r_2 = 10$, $k_2 = 35$, $k_3 = 8r_3 = 80$, $\lambda_1 = 2{,}5 * 10^{-5}$ ч$^{-1}$, $\lambda_2 = 7{,}5 * 10^{-6}$ ч$^{-1}$, $\lambda_3 = 5 * 10^{-6}$ ч$^{-1}$. Элементы первого типа соединены по схеме общего дублирования (см. рис. 2.1, модель М2). Вторая подсистема является последовательным соединением мажорированной и нерезервированной частей (см. рис. 2.4, модель М5). Третья подсистема имеет 8 одинаковых ветвей, из которых шесть ветвей образуют две мажорированные части и две — дублированную часть (см. рис. 2.9, модель М10). В комплект ЗИП-О с периодическим пополнением запасов входят: одна запасная часть первого типа и по две запасных части второго и третьего типов. Найти вероятность безотказной работы в интервале периода пополнения, равного $T = 4000$ час, и коэффициент готовности системы.

Решение

При расчетах ВБР используются формулы для моделей М2, М5 и М10. Для параметров данной системы формулы приобретают следующий вид:

$$P_c(t,1,2,2) = P_1(t,1,M2)P_2(t,2,M5)P_3(t,2,M10)\,,$$

$$P_1(t,1,M2) = \exp(-(A_1k_1\rho_1t/T)/(2+3k_1\rho_1)),\; A_i = k_i\lambda_iT, i=1,2,3\,,$$

$$P_2(t,2,M5) = \exp(-(18r_2^2\rho_2a_2/(1+5r_2\rho_2)+B_2)t/T)(1+B_2++B_2^2/2)\,,$$

$$P_3(t,2,M10) = \exp(-(k_3\rho_3A_3(56+23k_3\rho_3)/(4(8+3k_3\rho_3)(8+5k_3\rho_3))t/T)\,,$$

$$k_1\rho_1 = -\ln(K_{гЗИП1}(1)), B_2 = (k_2-3r_2)a_2, a_2 = \lambda_2T, k_i\rho_i = -\ln(K_{гЗИПi}(2)), i=2,3\,,$$

$$K_{гЗИП1}(1) = \frac{1}{A_1}(2-(2+A_1)e^{-A_1}), K_{гЗИПi}(2) = \frac{1}{A_i}(3-(3+2A_i+A_i^2/2)e^{-A_i}), i=2,3\,.$$

Коэффициенты готовности подсистем рассчитывают по формулам:

$$K_{г1}(T,1,M2) = 1-0,5(r_1\rho_1)^2/(1+r_1\rho_1+0,5(r_1\rho_1)^2)\,,$$

$$K_{г2}(T,2,M5) = \frac{1}{1+k_2\rho_2(1-3r_2a_2/A_2)}\left(1-\frac{6(r_2\rho_2)^2}{1+3r_2\rho_2+6(r_2\rho_2)^2}\right),$$

$$K_{г3}(T,2,M10) = \left(1-\frac{2(r_3\rho_3)^2}{1+2r_3\rho_3+2(r_3\rho_3)^2}\right)\left(1-\frac{6(r_3\rho_3)^2}{1+3r_3\rho_3+6(r_3\rho_3)^2}\right)^2.$$

Результаты расчетов приведены в табл. П2.4.

Таблица П2.4

t/T	L	$P_1(t,1)$	$P_2(t,2)$	$P_3(t,2)$	$P_c(t)$
0,2	1	0,99065	0,99086	0,99522	0,97690
0,4	1	0,98138	0,98178	0,99046	0,95430
0,6	1	0,97220	0,97273	0,98572	0,93219
0,8	1	0,96310	0,96370	0,98101	0,91052
1	1	0,95409	0,95467	0,97632	0,88927
1	2	0,98866	0,95467	0,97632	0,92149

Коэффициенты готовности подсистем и системы в целом: $K_{г1}$ = 0,99463, $K_{г2}$ = 0,99587, $K_{г3}$ = 0,99891, $K_{гс}$ = 0,98945. Коэффициенты готовности ЗИП по отдельным видам запасов и по всему комплекту принимают значения: $K_{гЗИП1}$ = 0,89636, $K_{гЗИП2}$ = 0,97373, $K_{гЗИП3}$ = = 0,93113, $K_{гЗИПс}$ = 0,8127. Сравнивая значения ВБР и коэффициента готовности ЗИП, видим, что для элементов первого и третьего типов ВБР превышает коэффициент готовности ЗИП, а для элементов второго типа, напротив, ВБР меньше коэффициента готовности ЗИП. Это значит, что значение $K_{гЗИП}$, в общем случае, ничего не говорит о значении ВБР. В данном случае ВБР системы заметно больше, чем $K_{гЗИП}$ всего комплекта. В последней строке таблицы приведены значения ПН при L_1 = 2. Вероятность отказа при добавлении одной ЗЧ уменьшилась почти на треть. Коэффициент готовности системы заметно больше, чем коэффициент готовности ЗИП. Это легко объяснить наличием структурного резервирования.

Пример П2.3

Система состоит из двух дублирующих друг друга приборов одинакового назначения, выполненных из различных элементов (см. рис. 2.13, *а*). В комплект ЗИП с периодическим пополнением запасов включено по одной запасной части первого и второго типов. Параметры системы принимают значения: $k_1 = 2r_1 = 20$, $r_2 = 20$, $k_2 = 40$, $\lambda_1 = 6{,}25*10^{-6}$ ч$^{-1}$, $\lambda_2 = 5*10^{-6}$ ч$^{-1}$, $L_1 = L_2 = 1$, $T = 8000$ час. Найти среднюю наработку на отказ системы, вероятность безотказной работы в течение периода пополнения и коэффициент готовности системы. Оценить эффект от применения группового дублирования (см. рис. 2.17, *а*, модель М16). Сравнить оба варианта системы с системами, когда для дублирования используются одинаковые приборы первого или второго типа (см. рис. 2.1 и 2.5). Для обеспечения надежности системы используют комплект ЗИП с двумя запасными частями.

Решение

Для расчета показателей надежности системы с общим неоднородным резервированием следует использовать формулы (2.38)–(2.41). Результаты расчетов: $A_1 = 1$, $A_2 = 1{,}6$, $K_{гЗИП1}(L_1) = 0{,}8964$, $K_{гЗИП2}(L_2) = 0{,}7957$, $K_{гЗИП}(L_1{,}L_2) = 0{,}7133$, $k\lambda = 3{,}25*10^{-4}$ ч$^{-1}$, $k\lambda T_{ср}(L_1,\ L_2) = 9{,}635$, $P_c(T) = \exp(-2{,}6/9{,}635) = 0{,}7635$. При неоднородном групповом дублировании используем формулы (2.55)–(2.57) модели М16. Расчеты дают: $k\lambda T_{ср}(L_1,\ L_2) = 15{,}46$, $P_c(T) = \exp(-2{,}6/20{,}63) = 0{,}8452$. При использовании приборов первого типа в схеме общего однородного дублирования (модель М2) получим: $k\lambda T_{ср}(L) = 20{,}33$, $P_c(T) = \exp(-2/20{,}33) = 0{,}9063$, при использовании приборов второго типа — $k\lambda T_{ср}(L) = 10{,}035$, $P_c(T) = \exp(-3{,}2/20{,}33) = 0{,}7270$. При групповом однородном дублировании (модель М6) получим:

$$k\lambda T_{ср}(2{,}L = 2) = 37{,}66,\ P_c(T) = \exp(-2/37{,}66) = 0{,}9483,$$

$$k\lambda T_{ср}(3{,}2{,}L = 2) = 17{,}07,\ P_c(T) = \exp(-3{,}2/17{,}07) = 0{,}8291.$$

По результатам данного примера можно также оценить, как влияет доступность запасов на надежность системы. Если в однородной системе одна запасная часть доступна только первой ветви, а другая — только второй ветви, то при $A_1 = A_2 = 1$ получим результат, приведенный в табл. П2.5. При неограниченной доступности получим результат по формулам (2.14) и (2.23) моделей М2 и М6.

Таблица П2.5

A	L	$P_c(T)$				$k\lambda T_{ср}(2{,}L = 2)$			
		ОД	М2	ГД	М6	ОД	М2	ГД	М6
2	2	0,8481	0,9063	0,9076	0,9483	12,14	20,33	20,637	37,66

ОД — общее дублирование, ГД — групповое дублирование.

Из таблицы следует, что средняя наработка возрастает на 70–80 %, вероятность отказов уменьшается на 38–44 %.

При общем дублировании коэффициент готовности системы равен 0,84135. При групповом дублировании расчет по формулам (2.57)–(2.59) дает следующие значения вероятностей состояний: $p_0 = 0{,}69468$, $p_1 = 0{,}076349$, $p_2 = 0{,}1582794$, $p_3 = 0{,}032341$, $p_4 = 0{,}00894$, $p_5 = 0{,}0158231$, $p_6 = 0{,}0034825$, $p_7 = 0{,}0086864$, $p_8 = 0{,}001423$, коэффициент готовности системы $K_{гс} = 0{,}98641$.